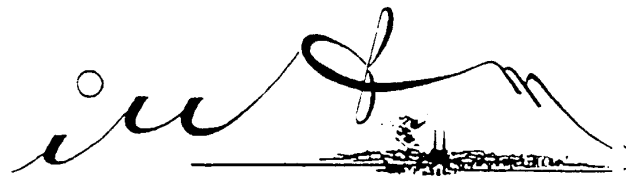


Le Calcul mental à l'école:  
une programmation  
des activités

2007-2008



Antenne de Moulin

## AVERTISSEMENT

Les tableaux qui suivent sont destinés à fournir des repères aux enseignants. Ils ne sont donnés qu'à titre indicatif: certaines compétences peuvent être maîtrisées plus rapidement par certains élèves, alors que d'autres nécessiteront un travail prolongé au-delà des périodes mentionnées.

Les compétences notées *en italique* peuvent être maîtrisées dans *la première moitié du cycle*, les autres relèvent plutôt de la *deuxième moitié du cycle*. Les compétences relatives au calcul automatisé qui, pour un cycle donné, ne sont pas notées en italique sont cependant à travailler dès le début du cycle du point de vue du calcul réfléchi.

## CYCLE 2

### DOMAINE DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION

#### Calcul automatisé

Compétences	Des commentaires
	Au cycle 2, pour l'essentiel, ces compétences sont à assurer sur des <i>nombres dits</i> (oralisés).
<i>1. Ajouter ou retrancher 1, en particulier pour les nombres inférieurs à 20.</i>	La prise de conscience du fait que ajouter 1 et retrancher 1 revient à dire le nombre suivant et le nombre précédent constitue une étape importante dans l'apprentissage du calcul (en 2 <sup>e</sup> année de cycle). Cette compétence est évidemment facilitée par la maîtrise par les élèves de la suite orale et écrite des nombres, dans un sens et dans l'autre. Elle assure chez les élèves la synonymie des expressions :  -ajouter 1 et avancer de 1 (dans la comptine orale ou sur la file numérique) ;  -soustraire 1 ou retrancher 1 et reculer de 1 (dans la comptine orale ou sur la file numérique).  Voir les activités 1 à 7.
<i>2. Ajouter ou retrancher 2 et 5,</i>	Pour 2, on distinguera le cas où le nombre de départ est pair (compétence qui peut déjà être travaillée en 2 <sup>e</sup> année de

<p>en particulier pour les nombres inférieurs à 20.</p>	<p>cycle) et ceux où il est impair (plutôt 3<sup>e</sup> année de cycle). Pour 5, le même type de distinction peut être fait selon que le nombre de départ est multiple de 5 ou non. Là encore, le comptage de 2 en 2 ou de 5 en 5, en avant et en arrière constitue un point d'appui.</p> <p>Voir les activités 17 et 18.</p>
<p>3. Ajouter ou retrancher 10, puis 100.</p>	<p>Pour l'ajout de 10 à un multiple de 10 (inférieur à 100), une première maîtrise peut être visée en fin de 2<sup>e</sup> année de cycle. Pour l'ajout et le retrait de 10 ou de 100 à tout nombre de deux ou trois chiffres, il s'agit plutôt d'un objectif qui relève de la 3<sup>e</sup> année du cycle. Là encore, le comptage de 10 en 10, puis de 100 en 100, en avant et en arrière constitue un point d'appui.</p> <p>Voir l'activité 11.</p>
<p>4. <i>Connaître les compléments à 10 ou à 20, puis à la dizaine supérieure (pour les dizaines inférieures à 100).</i></p>	<p>Cette connaissance est particulièrement utile pour élaborer des stratégies de calcul et doit donc être entraînée régulièrement pour devenir disponible de façon rapide et sûre. La connaissance des compléments à 20 (17 pour aller à 20, 3 pour aller à 20, par exemple) peut constituer une aide à la mémorisation des noms des nombres inférieurs à 20.</p> <p>Voir les activités 10, 12, 13 et 16.</p>
<p>5. <i>Décomposer un nombre inférieur à 10 à l'aide du nombre 5.</i></p> <p>6. <i>Décomposer un nombre compris entre 10 et 20 à l'aide du nombre 10.</i></p>	<p>Ce type de décomposition favorise une représentation mentale des nombres favorable au calcul mental et à la maîtrise du répertoire additif. Il correspond aussi à la représentation des nombres à l'aide des doigts.</p>
<p>7. <i>Additionner deux nombres dont la somme est inférieure à 10 et</i></p>	<p>Il s'agit d'une première étape vers la maîtrise du répertoire additif.</p>

<i>décomposer un nombre inférieur à 10 sous forme additive.</i>	
8. Maîtriser le répertoire additif (tables d'addition) : sommes de deux nombres inférieurs à 10, compléments, différences et décompositions associées.	<p>La mémorisation du répertoire additif ou la capacité à en reconstruire instantanément les résultats s'élabore sur une longue très période de temps qui couvre le cycle 2 et le tout début du cycle 3 (cf. § 3 ci-dessus). L'appui sur la connaissance de certains résultats plus rapidement maîtrisés est essentiel : doubles, décompositions par rapport à 5 et à 10, compléments à 10... Très tôt, il convient de ne pas limiter les interrogations à l'obtention de sommes, mais de demander également les compléments, les décompositions et les différences qui sont associées aux éléments des tables travaillées.</p> <p>Voir les activités 8 et 9.</p>
9. Calculer des sommes, des différences ou des compléments du type $20 + 7$ , $27 - 7$ , $20$ pour aller à $27$ , puis $200 + 37$ , $237 - 37$ , $200$ pour aller à $237$ .	<p>Ces calculs sont directement liés à la compréhension de la numération décimale.</p> <p>Voir les activités 19 et 20.</p>
10. Ajouter ou retrancher entre elles des dizaines ou des centaines, calculer les compléments correspondants.	<p>Il s'agit de calculs du type <math>20 + 30</math>, <math>70 + 80</math>, <math>200 + 300</math>, <math>700 + 800</math>, <math>50 - 20</math>, <math>150 - 80</math>, <math>500 - 300</math>, <math>1\ 500 - 700</math>, <math>20</math> pour aller à <math>50</math>...</p>

### **Des activités à mettre en œuvre.**

Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au

cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

### Connaissance de la numération orale et écrite.

☞ 1. Dire un nombre de 1 à 10 (par exemple « six »). Demander à chaque élève de l'écrire en chiffres sur son ardoise. Recommencer plusieurs fois. Les élèves peuvent utiliser leur bande numérique.

☞ 2. Chaque élève dispose d'un jeton placé au début de sa bande numérique (à l'extérieur). Un élève doit avancer sur la bande en posant son jeton sur chaque case et en disant le nombre correspondant à voix haute. Les autres élèves font la même chose silencieusement.

On recommence en avançant le pion de deux en deux cases, à partir de 1 ou de 2.

☞ 3. Reprendre l'activité précédente. De plus, demander aux élèves de reculer sur la bande, à partir d'une case donnée (par exemple 10).

☞ 4. Écrire deux ou trois nombres dans un ordre quelconque ; par exemple 12, 7, 9. Demander à chaque élève d'écrire le plus grand de ces nombres.

☞ 5. Écrire un nombre au tableau ou le dire aux élèves. Ceux-ci doivent alors trouver le nombre qui suit et l'écrire sur leur ardoise. Pour cela, ils peuvent utiliser leur bande numérique ou leur compteur.

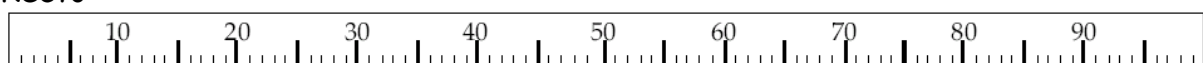
Recommencer en demandant de trouver le nombre qui précède.

☞ 6. Dire un nombre. Demander à chaque élève de l'écrire en chiffres sur son ardoise ou sur une feuille (il peut utiliser sa bande numérique). Recommencer en demandant de l'écrire en lettres (en utilisant le verso de la bande numérique). Inversement, écrire un nombre au tableau (en chiffres ou en lettres) et demander à un élève de le nommer.

☞ 7. Faire situer un nombre sur une échelle (sur laquelle on indique les « nombres ronds»). Donner un nombre entre ... et ... (par exemple entre 37 et 50).

On utilise des échelles numériques comme celle-ci :

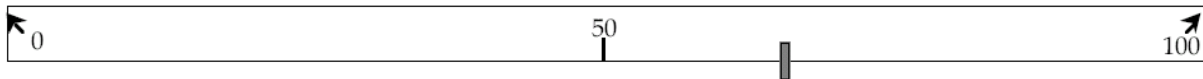
Recto



Une première activité consiste à reconnaître les nombres de la graduation.

Exemple : Où se trouve 27 ?

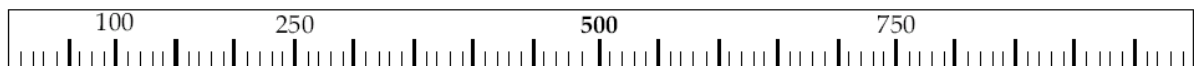
De quelle dizaine entière est-il le plus proche ?



Le verso indique seulement les nombres extrêmes et la valeur centrale. On indique une position (par un trombone ou une petite épingle). A quel nombre correspond cette position ? Pour valider, on retourne.

Il s'agit moins d'obtenir la valeur exacte qu'un intervalle plausible (par exemple les dizaines entières inférieures/supérieures).

On peut envisager d'étendre les échelles (en raréfiant les points de repère) :



La première activité consiste alors à interpréter la signification des repères fournis. Puis à procéder comme dans l'exercice précédent.

### Calculs additifs et soustractifs.

Points d'appui : les compléments à 10, à 20 et à 100, les doubles.

☞ 8. Écrire au tableau plusieurs sommes de deux nombres d'un chiffre (par exemple  $4+4$ ,  $7+5$ ,  $6+8$ , ...). Demander aux élèves de recopier celles qui donnent un résultat supérieur à 10.

☞ 9. Demander aux élèves de calculer une somme telles que  $3+4$  (c'est un presque double) en s'appuyant sur la connaissance des doubles connus :  $3 + 3 = 6$ , donc  $3 + 4 = 7$  ou  $4 + 4 = 8$ , donc  $3 + 4 = 7$ .

☞ 10. Ecrire deux nombres au tableau, dont l'un est 10 (par exemple 10 et 8). Demander aux élèves de trouver un troisième nombre pour que la somme des trois soit égale à 20.

☞ 11. Dire ou écrire un nombre. Demander aux élèves d'écrire ce nombre plus 10. Recommencer en demandant d'écrire ce nombre moins 10.

☞ 12. Compléter à 10

Le professeur pourra jouer sur la formulation de la consigne :

- Complète 3 pour faire 10.
- Combien manque-t-il à 3 pour faire 10 ?
- Que faut-il ajouter à 3 pour faire 10 ?
- Combien y a-t-il de 3 pour aller à 10 ?

☞ 13. Proposer aux élèves des sommes de deux nombres. Leur demander d'écrire sur leur ardoise celles qui atteignent une dizaine. Recommencer avec celles qui dépassent la dizaine.

☞ 14. Demander aux élèves de calculer des sommes de deux nombres formées d'un nombre de deux chiffres et d'un nombre d'un chiffre, sans atteindre ni dépasser une nouvelle dizaine (par exemple  $14 + 3$ ,  $34 + 4$  ;  $61 + 6$ ).

☞ 15. Demander aux élèves de calculer des sommes de deux nombres formées d'un nombre de deux chiffres et d'un nombre d'un chiffre, en atteignant ou en dépassant une nouvelle dizaine (par exemple  $19 + 2$ ,  $36 + 6$  ;  $67 + 5$ ).

☞ 16. Dire un nombre inférieur à 100 qui est un nombre entier de dizaines (par exemple 40). Demander à chaque élève d'écrire sur son ardoise son complément à 100.

☞ 17. Faire compter de 2 en deux à partir de 0, jusqu'à un nombre fixé. Reprendre l'activité en faisant compter de 3 en 3, puis de 5 en 5 et de 10 en 10.

☞ 18. Reprendre l'activité précédente et la poursuivre en reculant par bonds de 2, 3, 5 ou 10 à partir d'un nombre donné.

☞ 19. Faire calculer des soustractions en enlevant peu ( $12-1$  ;  $23-2$  ;  $18-3$  ;...)

☞ 20. Calculs additifs et soustractifs mélangés :

- la recherche de la somme ou de la différence :

$$8 + 7 = ? \qquad 9 - 3 = ?$$

- la recherche de l'un des termes de la somme ou de la différence :

$$9 + ? = 14 \qquad 8 - ? = 5 \qquad ? - 7 = 4$$

- la recherche des deux termes de la somme ou de la différence :

$$? + ? = 18 \qquad ? - ? = 6$$

### Calcul réfléchi

En Grande Section d'école maternelle, aucune compétence en calcul n'est visée, mais dans différents contextes, les élèves résolvent des problèmes dans lesquels il faut chercher le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou le nombre atteint à la suite d'un déplacement en avant ou en arrière sur une piste numérotée...

Il est également rappelé que les calculs mentionnés dans la rubrique « Calcul automatisé » sont d'abord traités par les élèves du point de vue du calcul réfléchi. Enfin, il faut souligner trois points importants :

- la liste des calculs qui relèvent du calcul réfléchi ne peut pas être exhaustive et celle qui est donnée ici peut donc être adaptée par les enseignants ;
- les procédures pour traiter un même calcul sont diverses et les élèves doivent pouvoir choisir celle qui, de leur point de vue, est la mieux adaptée : elle dépend de leurs connaissances disponibles sur les nombres et les opérations en jeu ;
- l'explicitation des procédures et le débat organisé autour de leur validité favorisent les progrès des élèves.

<p>1. <i>Ajouter et retrancher un nombre à un chiffre à un nombre inférieur à 100, puis inférieur à 1 000.</i></p> <p>2. <i>Ajouter ou retrancher un nombre entier de dizaines ou de centaines à un nombre de 2 ou 3 chiffres.</i></p>	<p>Ces calculs peuvent être effectués en notant que dans certains cas il suffit d'agir uniquement sur le chiffre des unités ou dans d'autres cas en passant par la dizaine supérieure ou inférieure ou, par exemple pour <math>45 + 8</math>, en décomposant 45 en <math>40 + 5</math> et en utilisant le répertoire additif.</p> <p>Exemples : <math>57 + 30</math>, <math>57 - 30</math>, <math>256 + 20</math>, <math>256 - 20</math>, <math>54 + 50</math>, <math>67 + 40</math></p> <p>Dans les cas où un passage de la dizaine est nécessaire, le calcul réfléchi peut être aidé par l'utilisation de l'écrit.</p> <p>Voir les activités 9 et 10.</p>
<p>3. <i>Ajouter et retrancher deux nombres.</i></p>	<p>Exemples de cas qui peuvent être directement résolus en agissant séparément sur les dizaines et les unités : <math>35 + 13</math>, <math>47 - 23</math>, <math>54 - 24</math>.</p> <p>Dans les cas où un passage de la dizaine est nécessaire, le calcul réfléchi peut être aidé par l'utilisation de l'écrit.</p>
<p>4. <i>Calculer des écarts ou des compléments (nombres de deux ou trois chiffres).</i></p>	<p>Dans des cas « simples » (comme la recherche du complément de 26 à 42), en fin de cycle, le calcul peut être purement mental. Le plus souvent, le recours à l'écrit pour noter les étapes du calcul et les écarts intermédiaires est nécessaire.</p> <p>Voir les activités 1 et 2.</p>
<p>5. <i>Identifier les</i></p>	



<p>nombre dont la somme est un «nombre rond» et les utiliser pour calculer des sommes de plusieurs nombres.</p>	<p>Exemple : le calcul de <math>26 + 7 + 4 + 13</math> est facilité par le rapprochement de 26 avec 4 et de 7 avec 13. De même le calcul de <math>47 + 23</math> est facilité par la reconnaissance du fait que <math>7 + 3 = 10</math>.</p>
<p>6. Adapter les stratégies utilisables pour soustraire, selon qu'on a à soustraire un « petit nombre» ou un «grand nombre»</p>	<p>Pour calculer mentalement <math>52 - 3</math>, on peut choisir d'enlever 3 de 52 ou de reculer de 3 à partir de 52 (par exemple reculer de 2, puis de 1), alors que pour calculer <math>52 - 49</math>, il peut paraître préférable de chercher à compléter 49 pour atteindre 52.</p> <p>Voir les activités 3 à 8.</p>

### Des activités à mettre en œuvre.

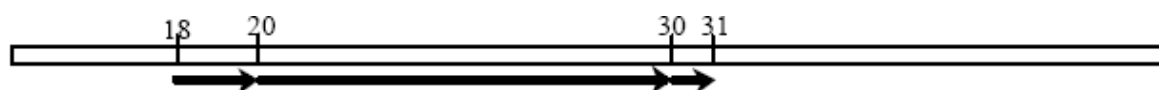
Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

☞ 1. Faire calculer l'écart entre deux nombres. Par exemple, combien y a-t-il de 9 à 11 ? de 18 à 21 ? de 17 à 20 ?...

☞ 2. Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10 de 32 à 42 de 48 à 78 de 25 à 325

☞ 3. Faire calculer des soustractions en enlevant beaucoup ( $13-11$  ;  $23-20$  ; ...)

☞ 4. Développer la stratégie par JALONNEMENT : «pour aller de 18 à 31 : 18 à 20, 20 à 30, 30 à 31, donc  $2 + 10 + 1 = 13$ »



☞ 5. Développer la stratégie par DECOMPOSITION (ou jalonnement inverse) : «  $31 - 8$ , on fait  $31 - 1 - 7$  »



☞ 6. Développer la stratégie par PIVOTEMENT : «  $31 - 18 = 31 - 20 + 2$  »



☞ 7. Développer la stratégie par DECALAGE : «  $31 - 18$  c'est comme  $30 - 17$  »



☞ 8. Développer la stratégie par voisinage des DOUBLES : «  $25 + 27$  c'est  $25 + 25 + 2$  donc  $50 + 2$  ».

☞ 9. Ajouter 10 ou un nombre entier de dizaines à un nombre de deux ou trois chiffres

- Ajouter 10 :  $55 + 10$        $257 + 10$

- Ajouter un nombre entier de dizaines :  $60 + 30$        $38 + 60$        $40 + 122$

☞ 10. Soustraire 10 ou un nombre entier de dizaines à un nombre de deux ou trois chiffres

$64 - 10$        $55 - 30$        $238 - 40$

## DOMAINE DE LA MULTIPLICATION ET DE LA DIVISION

### Calcul automatisé

Compétences	Des commentaires
1. Connaître les doubles des nombres des nombres inférieurs à 10 et les moitiés correspondantes.	La connaissance de ces doubles et des moitiés (doubles des nombres de 1 à 10) sert de point d'appui pour la construction d'autres résultats.
2. Connaître les	

doubles (et les moitiés correspondantes) de nombres clés : 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 15, 25.	Cette connaissance s'appuie sur celle des doubles de nombres inférieurs à 10. Elle peut être visée en fin de cycle 2.
3. Connaître les tables de multiplication par 2 et par 5.	Des observations sur les régularités des résultats en favorisent la mémorisation. Dès les débuts de cet apprentissage, la connaissance des résultats doit permettre de répondre à d'autres questions du type : « Combien de fois 5 dans 35 ? ».
4. Multiplier par 10 et par 100.	La procédure de calcul qui consiste à décaler les chiffres d'un rang ou deux vers la gauche doit être reliée au fait que, par exemple, multiplier 13 par 10 revient à chercher le nombre que représentent 13 dizaines (ce qui aura été établi au moment où les résultats correspondants auront été trouvés par calcul réfléchi).

### Calcul réfléchi

En Grande Section d'école maternelle et au CP, aucune compétence en calcul n'est visée dans le domaine de la multiplication et de la division, mais dans différents contextes, les élèves résolvent des problèmes dans lesquels il faut chercher le résultat de la réunion de plusieurs collections identiques ou la part de chacun dans une situation de partage ou de distribution...

Il est également rappelé que les calculs mentionnés dans la rubrique « Calcul automatisé » sont d'abord traités par les élèves du point de vue du calcul réfléchi.

Enfin, il faut souligner trois points importants :

- la liste des calculs qui relèvent du calcul réfléchi ne peut pas être exhaustive et celle qui est donnée ici peut donc être adaptée par les enseignants ;
- les procédures pour traiter un même calcul sont diverses et les élèves doivent pouvoir choisir celle qui, de leur point de vue, est la mieux adaptée : elle dépend de leurs connaissances disponibles sur les nombres et les opérations en jeu ;
- l'explicitation des procédures et le débat organisé autour de leur validité favorisent les progrès des élèves.

<p>1. Calculer les doubles de nombres inférieurs à 50.</p>	<p>Ce travail est réalisé de façon progressive, en tenant compte de la difficulté de calcul du double, les doubles des nombres ronds et les nombres dont le chiffre des unités est 5 constituant des points d'appui utiles.</p>
<p>2. Calculer les moitiés de nombres inférieurs à 100 : nombres entiers de dizaines, nombres pairs.</p>	<p>Parmi ces nombres, les moitiés de ceux dont le chiffre des dizaines est pair seront d'abord travaillées. Pour ces deux compétences, certaines relations sont à privilégier (cf. programme du cycle 2 : relations entre 5 et 10, entre 25 et 50, entre 50 et 100, entre 15 et 30, entre 30 et 60, entre 12 et 24).</p>
<p>3. Calculer le produit de deux nombres inférieurs à 10.</p>	<p>En dehors de celles de 2 et de 5, la mémorisation des tables de multiplication relève du cycle 3. Mais, dès la fin du cycle 2, tous les résultats doivent pouvoir être reconstruits par les élèves, soit en utilisant l'addition itérée, soit en s'appuyant sur quelques résultats connus (notamment les produits de la table de 5) : ainsi <math>8 \times 6</math> peut être construit comme « 8 de plus que <math>8 \times 5</math> », l'usage du mot « fois » facilitant cette relation (6 fois 8, c'est 5 fois 8 et encore 1 fois 8). Le fait que la multiplication est commutative doit être mis rapidement en évidence, la connaissance de « 5 fois 8 » entraînant alors celle de « 8 fois 5 » et l'égalité correspondante : <math>5 \times 8 = 8 \times 5</math>.</p>
<p>4. Utiliser un produit connu pour calculer un « produit voisin ».</p>	<p>Voir l'exemple ci-dessus.</p>

### CYCLE 3

Les compétences mentionnées pour le cycle 2 doivent faire l'objet, au cycle 3, d'un travail visant à les stabiliser et à les enrichir.

#### DOMAINE DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION

##### Calcul automatisé

Compétences	Des commentaires
<i>1. Maîtriser le répertoire additif (tables d'addition) : sommes de deux nombres entiers inférieurs à 10, compléments, différences et décompositions associés.</i>	La capacité à fournir instantanément de tels résultats est évidemment essentiel. La stabilisation complète du répertoire additif est très rarement achevée avant l'entrée cycle 3. Le travail doit donc être poursuivi pour permettre aux élèves de mémoriser de nouveaux résultats, de reconstruire très rapidement ceux qui ne sont pas mémorisés en s'appuyant sur ceux qui le sont, et cela aussi bien pour calculer des sommes, des différences, des compléments ou obtenir des décompositions.
<i>2. Ajouter ou retrancher entre elles des dizaines, des centaines, des milliers... ; calculer les compléments correspondants.</i>	Cette capacité est construite sur la base des résultats du répertoire et peut être travaillée en même temps que ceux-ci se mettent en place : $8\ 000 - 5\ 000$ est directement déduit de la connaissance de $8 - 5$ , alors que $1500 - 700$ peut être pensé comme 15 centaines diminuées de 7 centaines. Une bonne connaissance du système de numération est donc également nécessaire
<i>3. Calculer, avec des nombres entiers, des sommes, des différences ou des compléments du type <math>200 + 70</math>, <math>270 - 70</math>, <math>200</math> pour aller à 270, ou <math>2\ 000 + 37</math>, <math>2\ 037 - 37</math>, <math>2\ 000</math> pour aller à</i>	Là encore, une bonne maîtrise de la numération chiffrée et parlée suffit pour traiter de tels calculs.  Voir les activités 1 à 5.

2037...	
4. <i>Ajouter ou soustraire un nombre entier (inférieur à dix) d'unités, de dizaines, de centaines, de milliers... à un nombre quelconque, dans des cas sans retenue et dans des cas avec retenue.</i>	Il s'agit de calculs du type : $86 + 3$ , $386 + 50$ , $3\ 689 + 600$ , $86 - 3$ , $436 - 50$ ... dont la maîtrise nécessite à nouveau une bonne connaissance des résultats du répertoire additif et de la numération décimale (valeur positionnelle des chiffres). En particulier, la compétence à ajouter un nombre inférieur à 10 à un nombre inférieur à 100 (comme compter de 7 en 7 à partir de 14) est indispensable pour le travail sur les tables de multiplication.
5. <i>Calculer les compléments d'un nombre entier à la dizaine supérieure.</i>	Cette compétence est une adaptation de la connaissance des compléments à 10 qui constitue donc un préalable à retravailler en début de cycle si elle n'est pas complètement maîtrisée.
6. <i>Calculer les compléments à 100 et à la centaine supérieure pour des nombres entiers dont le chiffre des unités est 0.</i>	Il s'agit d'une compétence très utile pour le calcul réfléchi, en passant d'abord à la dizaine supérieure, puis directement à la centaine supérieure. Exemples : compléments de 430 à 500, puis de 2 430 à 2 500.
7. <i>Connaître les relations additives entre multiples de 25 inférieurs à 100 ou de multiples de 250 inférieurs à 1000.</i>	Il s'agit par exemple de savoir que $75 = 50 + 25$ ou que $1\ 000 - 750 = 250$ ...
8. <i>Calculer certaines sommes de deux nombres</i>	Certains calculs de sommes comme $14 + 3,7$ ou $0,3 + 0,5$ (ou même de différence comme $0,8 - 0,2$ ) peuvent être demandés mentalement dès que l'addition et la soustraction des

décimaux (avec un chiffre après la virgule), en particulier ajouter un entier et un décimal.	nombres décimaux ont été abordées. D'autres, comme $2,5 + 0,5$ ou $3,7 + 0,6$ devraient pouvoir être calculés très rapidement en fin de cycle. Ceux du même type qui sont relatifs à la soustraction (comme $4,3 - 0,6$ ) relèvent plutôt du calcul réfléchi.
9. Décomposer un nombre décimal en utilisant l'entier immédiatement inférieur.	Cette compétence est en lien direct avec la compréhension de l'écriture à virgule (exemple : $37,05 = 37 + 0,05$ ou $37,05 = 37 + 5/100$ qui justifie en particulier la lecture trente sept et cinq centièmes).
10. Calculer les compléments à l'unité supérieure de nombres ayant un chiffre après la virgule.	La première étape réside dans la connaissance des compléments à 1 de nombres comme $0,3$ ou $0,5...$ , puis dans celle de compléments comme $7,3$ à $8$ ou $9,5$ à $10...$ Cette compétence, comme la précédente, est conditionnée par la capacité à encadrer un décimal par deux entiers consécutifs.
11. Connaître quelques relations entre certains nombres entiers et décimaux.	Des résultats comme $2,5 + 2,5 = 5$ ; $1,5 + 1,5 = 3$ ; $7,5 + 7,5 = 15$ doivent être produits très rapidement en fin de cycle 3.

### **Des activités à mettre en œuvre.**

Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

#### Connaissance de la numération orale et écrite.

☞ 1. Dictées de nombres (avec des entiers et des décimaux). Pour les nombres décimaux, utiliser la formulation qui fait appel aux fractions décimales.

☞ 2. Trouver le nombre de dizaines, de centaines, de milliers, dans un nombre donné.

☞ 3. Décomposer additivement un nombre en un nombre entier de centaines, dizaines et unités

$$34 = 30 + 4 \quad 327 = 300 + 20 + 7 \quad 1004 = 1000 + 4$$

☞ 4. Exprimer un nombre en faisant intervenir la dizaine, la centaine supérieure, etc.

$$47 = 50 - 3 \quad 47 = 100 - 53$$

☞ 5. Donner un nombre décimal. Demander de trouver les deux nombres entiers consécutifs qui l'encadrent puis de trouver le nombre entier le plus proche.

### Calcul réfléchi

Au cycle 3, la frontière entre calcul automatisé et calcul réfléchi n'est pas toujours facile à préciser. A un même moment, elle peut varier d'un élève à l'autre et, surtout, elle se modifie au cours du cycle. Ainsi, certains calculs placés dans la rubrique précédente sont d'abord traités par les élèves à l'aide d'un raisonnement avant d'être automatisés. Il ne faut pas oublier que l'automatisation est le résultat d'un travail qui allie compréhension, raisonnement, explications et entraînement, ce dernier n'étant pas le seul élément de la mise en mémoire de résultats ou de procédures.

Comme pour le cycle 2, il faut souligner trois points importants :

- la liste des calculs qui relèvent du calcul réfléchi ne peut pas être exhaustive et celle qui est donnée ici peut donc être adaptée par les enseignants ;
- les procédures pour traiter un même calcul sont diverses et les élèves doivent pouvoir choisir celle qui, de leur point de vue, est la mieux adaptée : elle dépend de leurs connaissances disponibles sur les nombres et les opérations en jeu.
- l'explicitation des procédures et le débat organisé autour de leur validité favorisent les progrès des élèves.

Enfin, se met en place au cours du cycle 3, un nouveau travail dont le but est de les rendre capables d'estimer l'ordre de grandeur d'un résultat (calcul approché) qui suppose des compétences de nature nouvelle : accepter d'avoir des estimations différentes également acceptables, choisir les nombres sur lesquels on va calculer en fonction de l'ordre de grandeur de l'estimation recherchée, déterminer cet ordre de grandeur dans une situation donnée...

1. *Ajouter ou soustraire des nombres entiers*

La proximité de nombres tels que 9, 19, 11, 21, 8, 18, 12, 22, 99, 101, 198... avec des dizaines ou des centaines entières simples peut inciter à les utiliser dans le calcul. Pour ajouter 29 à 247, il est commode, pour certains,



<p><i>ronds.</i></p>	<p>d'ajouter d'abord 30, puis de retrancher 1 au résultat obtenu. Cette procédure doit donc être explicitée dans la classe, mais sans qu'elle s'impose nécessairement à tous comme plus facile. Certains préféreront ajouter d'abord 20, puis 9 au résultat obtenu qui est une procédure tout aussi légitime. Par, ailleurs, si on doit ajouter 29 à 400 ou à 50 ou encore à 71, le meilleur procédé ne consiste certainement pas à ajouter 30, puis retrancher 1. Comme dans tout calcul réfléchi, aucune procédure n'est généralisable. Le choix dépend toujours des compétences de l'élève qu'il mobilise en fonction des nombres en jeu dans le calcul.</p> <p>Voir les activités 1 à 3, 10 à 12, 18.</p>
<p><i>2. Calculer des sommes de plusieurs nombres entiers en regroupant des termes « qui vont bien ensemble ».</i></p>	<p>L'identification rapide de nombres qui, additionnés (ou soustraits) donnent un résultat qui facilite la suite des calculs (nombres « ronds ») doit être entraînée chez les élèves. Un calcul peut également être transformé pour faire apparaître de tels nombres. Cela nécessite de mettre en œuvre, souvent implicitement, des propriétés des opérations en jeu.</p> <p>Exemple : le calcul de <math>43 + 280 + 60 + 57 + 20</math> peut être facilité par le « rapprochement » de 43 et 57 et de 280 et 20.</p>
<p><i>3. Calculer des sommes et différences de nombres entiers de 2 chiffres (ou dont le calcul peut s'y ramener).</i></p>	<p>Il n'est pas indispensable, en calcul mental, de proposer des calculs trop compliqués et pour lesquels l'utilisation d'une machine ou la pose de l'opération sont plus efficaces et plus rapides. Mais des calculs tels que <math>48 + 53</math>, <math>50 - 13</math>, <math>31 - 18</math>, <math>450 - 180</math>, <math>453 + 28</math>, <math>3\ 600 + 1\ 400</math>, <math>46\ 000\ 000 - 18\ 000\ 000</math>... devraient être à la portée des élèves avant la fin du cycle 3. Diverses procédures sont toujours utilisables par les élèves. Par exemple pour <math>31 - 18</math>, ils peuvent</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- soustraire 1, puis 10, puis 7 ;</li> <li>- soustraire 20, puis ajouter 2 ;</li> <li>- considérer que <math>31 - 18</math> est égal <math>30 - 17</math> (le résultat ne change pas si on ajoute ou retranche le même nombre aux deux termes de la différence)</li> <li>- chercher le complément de 18 à 31, en allant de 18 à 20, de 20 à 30, puis de 30 à 31...</li> </ul> <p>Des représentations, en relation avec la numération ou un</p>

	<p>appui sur la droite numérique, peuvent servir de support à l'explicitation des procédures, aider à les comprendre et en favoriser l'appropriation par d'autres élèves.</p> <p>Voir les activités 9, 13 à 17, 19, 20, 22 à 33.</p>
<p>4. Calculer des sommes ou des différences de nombres décimaux dans des cas simples.</p>	<p>Le calcul mental sur les décimaux constitue un bon support pour conforter la compréhension de la valeur des chiffres en fonction de leur position. Les calculs doivent rester simples et permettre aux élèves de se concentrer sur cette compréhension. Ainsi <math>5,7 + 2,3</math> calculé mentalement nécessite d'interpréter chaque nombre comme 5 unités 7 dixièmes et 2 unités 3 dixièmes, ce qui fait au total 7 unités et 10 dixièmes, et donc 8 unités car 10 dixièmes = 1 unité.</p> <p>Des nombres à un chiffre après la virgule ou du type <math>7,25</math> ; <math>8,15</math> ; <math>0,75</math> peuvent être utilisés avec intérêt.</p> <p>Pour un calcul comme <math>7,2 - 2,5</math>, différentes stratégies sont possibles en fin de cycle 3 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- transformer <math>7,2</math> en 6 unités et 12 dixièmes pour rendre le calcul possible ;</li> <li>- chercher l'écart entre <math>2,5</math> et <math>7,2</math> en allant d'abord de 2 à 3 ou à 5, puis à 7, puis à <math>7,2</math> ;</li> <li>- calculer <math>72 - 25</math>, puis diviser le résultat par 10...</li> </ul> <p>Voir les activités 3 à 5.</p>
<p>5. Calculer le complément d'un nombre décimal ayant deux chiffres après le virgule au nombre entier immédiatement supérieur.</p>	<p>Cette compétence est liée à la connaissance des compléments à 100 des nombres entiers à deux chiffres. Elle est en particulier utile au collège pour les calculs avec les pourcentages, avec les compléments à 1 de nombres comme <math>0,18</math> ; <math>0,45</math>...</p>
<p>6. Evaluer un ordre de grandeur, en utilisant un calcul approché : sommes de deux</p>	<p>Le calcul approché est une composante importante du calcul réfléchi : dans beaucoup de circonstances familières, il suffit d'obtenir rapidement une valeur approchée du résultat. Ceci permet également d'anticiper l'ordre de grandeur d'un résultat ou en contrôler la vraisemblance lorsqu'il a été ob-</p>

<p>ou plusieurs nombres entiers ou décimaux, différences de deux nombres entiers ou décimaux.</p>	<p>tenu par une machine ou par une technique écrite, y compris pour des nombres supérieurs à 100. On s'y prépare en repérant le nombre « rond » (dizaine entière, centaine entière, millier entier) le plus proche d'un nombre donné. La maîtrise du calcul sur de tels nombres est nécessaire à la pratique du calcul réfléchi. Le choix de l'arrondi est un moment difficile de ce type de calcul. Pour évaluer un ordre de grandeur de <math>127 + 694</math>, on peut arrondir chacun des nombres à 130 et 690 aussi bien qu'à 130 et 700 alors que pour évaluer un ordre de grandeur de <math>1\ 827 + 185</math>, on peut arrondir chacun des nombres à 1 800 et 200.</p> <p>Le placement approché de nombres sur la droite numérique repérée par des nombres ronds constitue une aide <u>pour apprécier l'ordre de grandeur des nombres et choisir les arrondis appropriés dans un calcul</u></p> <p>Voir les activités 6 à 8, 21.</p>
---	---

### Des activités à mettre en œuvre.

Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

### Connaissance de la numération orale et écrite des nombres entiers et des nombres décimaux.

- ☞ 1. Ecrire en chiffres les nombres : 4033, 42 dizaines et 5 unités, 80 centaines, 150 dizaines...
- ☞ 2. Nombre de dizaines, centaines, unités de mille : combien y a-t-il de dizaines dans 546, de centaines dans 1758, d'unités de mille dans 145 000...
- ☞ 3. Encadrement : encadre le nombre 981 par les deux multiples de 10 les plus proches, par les deux multiples de 100 les plus proches...
- ☞ 4. Passer d'une écriture à une autre (écriture à virgule, fractionnaire, sous la forme « 7 unités et 61 centièmes ») ; en particulier décomposer un nombre décimal en utilisant l'entier immédiatement inférieur :  $36,07 = 36 + 0,07$  ou  $36,07 =$

$36 + 7/100$ .

☞ 5. Compléments à l'unité supérieure de nombres ayant un chiffre après la virgule : de 7,2 à 8 ou de 9,5 à 10...

☞ 6. Encadrer un décimal entre deux entiers consécutifs.

☞ 7. Encadrer un décimal entre deux décimaux : « encadrer le nombre 3,05 par deux nombres s'exprimant en dixièmes ».

☞ 8. Intercaler un décimal entre deux décimaux.

☞ 9. Mémoire visuelle ou auditive

Mémoriser des nombres seulement écrits ou énoncés ; les restituer tels quels ou avec un traitement numérique (ranger dans l'ordre croissant ou décroissant, ajouter ou enlever 1, 10, multiplier ou diviser par un nombre donné...).

☞ 10. Jeu du furet

Compter, décompter de  $n$  en  $n$  ( $n$  entier à un, deux, ou trois chiffres) ; cas particulier des multiples de  $n$  (en particulier  $n = 10$ ) ou de  $n$  décimal. L'activité est collective et orale. Le professeur interroge les élèves à tour de rôle dans un ordre quelconque. Un certain rythme doit être maintenu pour amener les élèves à calculer rapidement.

Il s'agit par exemple de compter de 9 en 9 à partir de 7, de 13 en 13 à partir de 4 ou de décompter de 8 en 8 à partir de 123, de 14 en 14 à partir de 246, etc.

☞ 11. Jeux de portrait

Plusieurs modalités possibles :

- Le professeur choisit un nombre. Les élèves posent des questions pour le trouver auxquelles il n'est répondu que par oui ou par non.
- Le professeur fait le portrait d'un nombre. Les élèves doivent le trouver ; il peut y avoir plusieurs solutions possibles. Exemple : je suis entre 600 et 700 ; mon chiffre des dizaines est 8 ; mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des dizaines des unités est plus petit que celui des dizaines.
- À partir d'une liste de nombres écrite au tableau, le professeur fait le portrait d'un des nombres. Les élèves doivent le trouver à partir des informations données. Exemple : les nombres écrits au tableau sont : 27, 35, 55, 75, 54, 135, 202, 88. Le nombre cherché n'a pas trois chiffres, il se termine par 5, le chiffre des unités n'est pas le même que celui des dizaines, le chiffre

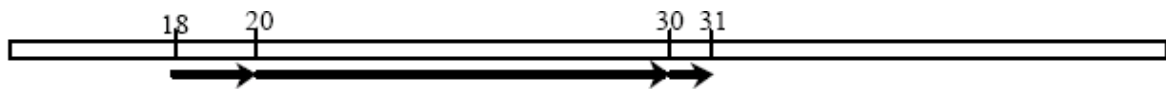
des unités est plus grand que le chiffre des dizaines.

☞ 12. Jeu du nombre caché

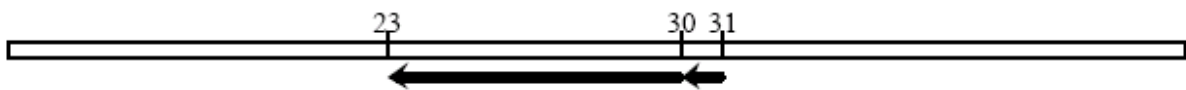
Le professeur choisit un nombre. Les élèves doivent le trouver en proposant des nombres. Le professeur répond « trop grand » ou « trop petit » (le maître peut proposer au départ un intervalle dans lequel il choisit son nombre).

Calculs additifs et soustractifs.

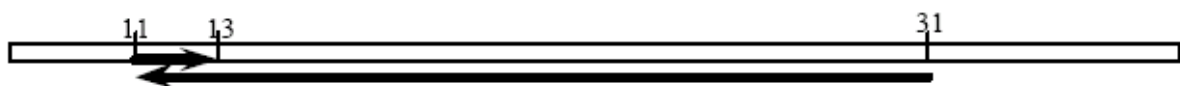
☞ 13. Développer la stratégie par JALONNEMENT : « pour aller de 18 à 31 : 18 à 20, 20 à 30, 30 à 31, donc  $2 + 10 + 1 = 13$  »



☞ 14. Développer la stratégie par DECOMPOSITION (ou jalonnement inverse) : «  $31 - 8$ , on fait  $31 - 1 - 7$  »



☞ 15. Développer la stratégie par PIVOTEMENT : «  $31 - 18 = 31 - 20 + 2$  »



☞ 16. Développer la stratégie par DECALAGE : «  $31 - 18$  c'est comme  $30 - 17$  »



☞ 17. Développer la stratégie par voisinage des DOUBLES : «  $25 + 27$  c'est  $25 + 25 + 2$  donc  $50 + 2$  ».

☞ 18. Ajouter ou soustraire 100 ou un nombre entier de centaines à un nombre de trois ou quatre chiffres

$$\begin{array}{l} 325 + 100 \quad 1234 + 100 \quad 325 - 100 \quad 1234 - 100 \quad 810 - 200 \quad 652 - 400 \\ 4500 - 600 \quad 1370 - 500 \end{array}$$

☞ 19. Compléter des égalités du type

- Il s'agit d'utiliser la décomposition décimale du second terme :

$$37 + 18 = 47 + ?$$

$$54 + 27 = 74 + ?$$

- Il s'agit de faire apparaître dans le calcul un multiple de 10 ou 100 :

$$27 + 8 = 30 + ?$$

$$54 + 27 = 60 + ?$$

$$54 + 27 = 80 + ?$$

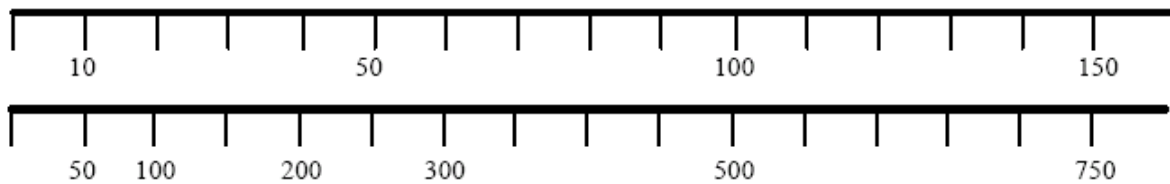
$$128 + 15 = 130 + ?$$

$$128 + 15 = 140 + ?$$

☞ 20. Ecrire plusieurs différences égales :  $958 - 792 = 968 - 802 = \dots$

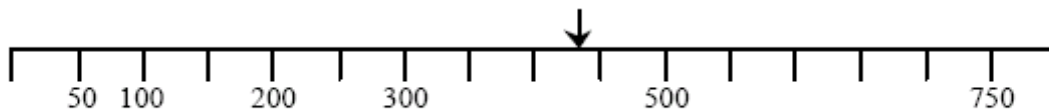
Ordre de grandeur, approximation.

☞ 21. Les graduations numériques utilisées au cycle 2 mentionnent tous les nombres, sinon par leur écriture chiffrée, au moins par un trait. Pour accéder à de nouveaux ordres de grandeur, on utilise des graduations abrégées.



Situer un nombre sur une échelle ou proposer un nombre correspondant à un point donné de l'échelle.

Exemple :



*Le nombre indiqué par une flèche est situé entre 400 et 450, plus près de 450 ; on peut proposer 430.*

**Arrondir**, c'est trouver un nombre « rond » proche (dizaine ou centaine entière).

Exemple : Faire un calcul approché de  $123 + 732$

$$123 \sim 120 ; 732 \sim 730 \quad 120 + 730 = 850$$

**Compensation** : on réduit l'erreur en arrondissant l'un par valeur inférieure, l'autre par valeur supérieure.

Exemple : faire un calcul approché de  $1542 + 728$

$$1542 \sim 1540 ; 728 \sim 730 \quad 1540 + 730 = 2270,$$

$$\text{ou même : } 1542 \sim 1500 ; 728 \sim 750 \quad 1500 + 750 = 2250.$$

## Petits problèmes.

☞ 22. *Problème 1* : Marie a 11 ans. Elle dit à sa maman : "J'ai exactement 32 ans de moins que toi !"

Quel est l'âge de Maman ?

☞ 23. *Problème 2* : Hier, j'ai lu jusqu'à la page 134 de mon livre ; aujourd'hui, j'ai lu 27 pages. À quelle page en suis-je maintenant ?

☞ 24. *Problème 3* : Pierre a perdu 15 billes à la récréation ; il lui en reste 20. Combien avait-il de billes avant ?

☞ 25. *Problème 4* : Dans un autobus, il y a 38 personnes ; au premier arrêt, 8 personnes descendent ; au second arrêt, 6 personnes descendent. Combien y a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

☞ 26. *Problème 5* : Au premier arrêt d'un autobus, 12 personnes montent ; au second arrêt, 4 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes descendent. Y a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart ? Combien en plus ou en moins ?

☞ 27. *Problème 6* : Dans une ville, il y a 3 écoles ; dans la première, on compte 150 élèves ; dans la seconde, 58 élèves ; dans la troisième, 70 élèves. Combien y a-t-il d'élèves dans cette ville ?

☞ 28. *Problème 7* : Lucas part de Moulins, doit passer par Saint Pourçain et être à Vichy à 12 heures ; la distance Moulins - Vichy est de 55 km et il y a 20 km de Saint Pourçain à Vichy. Quelle est la distance entre Paris et Melun ?

☞ 29. *Problème 8* : Dans un autobus, il y a 36 personnes ; au premier arrêt, 3 personnes montent ; au second arrêt, 12 personnes montent. Combien y a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

☞ 30. *Problème 9* : Dans un parking, il y a 100 places ; ce matin, 67 places sont occupées, combien reste-t-il de places libres ?

☞ 31. *Problème 10* : Au premier arrêt d'un autobus, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes montent ; au troisième arrêt, 8 personnes montent. Y a-t-il des personnes en plus ou en moins dans l'autobus quand il repart après le troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

☞ 32. *Problème 11* : J'ai maintenant 200€ dans ma tirelire ; on vient de me donner 50€ en cadeau. Combien avais-je avant ?

☞ 33. *Problème 12* : La distance entre chaque arrêt d'un autobus est d'environ

ron 1500m ; au premier arrêt, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes montent. Y a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart après ce troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

## DOMAINE DE LA MULTIPLICATION ET DE LA DIVISION

### Calcul automatisé

Compétences	Des commentaires
<p>1. <i>Maîtriser le répertoire multiplicatif (tables de multiplication) : produits de deux nombres inférieurs à 10, recherche d'un facteur, quotients et décompositions associés.</i></p>	<p>La capacité à fournir instantanément de tels résultats est essentielle. La stabilisation complète du répertoire multiplicatif nécessite au moins deux années de travail au cycle 3 et doit être soutenue dans la dernière année, puis au collège. Il faut souligner que la récitation mécanique des tables constitue un obstacle à la mobilisation rapide d'un résultat quelconque. Le repérage de régularités ou de particularités sur la table de Pythagore peut constituer une aide à la mémorisation. Et ne pas oublier que connaître <math>8 \times 6 = 48</math>, c'est tout autant pouvoir donner rapidement ce résultat que répondre à « Combien de fois 8 dans 48 ? », à « Diviser 48 par 6 » ou décomposer 48 sous forme de produits de deux nombres inférieurs à dix.</p> <p>Voir les activités 2 et 3.</p>
<p>2. Utiliser la connaissance des tables pour répondre à des questions du type « Combien de fois 8 dans 50 ? » ou « Diviser 50 par 8 ».</p>	<p>Ce type de questions intervient en particulier dans le calcul posé ou réfléchi de quotients et de restes.</p>
<p>3. Situer un nombre entre deux</p>	<p>Il s'agit, par exemple, d'encadrer 29 entre deux multiples de 7 (<math>4 \times 7</math> et <math>5 \times 7</math>).</p>



<p>résultats d'une table de multiplication.</p>	
<p>4. Multiplier et diviser par 10, 100, 1000... sur les nombres entiers.</p>	<p>Cette compétence doit être mise en relation avec le système de numération chiffrée : multiplier 34 par 10 revient à chercher une autre écriture de 34 dizaines ; diviser 340 par 10 revient à chercher combien il y a de dizaines dans 340. La référence à l'écrit constitue ici une aide importante, l'énoncé du résultat nécessitant un sectionnement par tranches de trois chiffres : pour <math>530 \times 10</math>, on passe ainsi de « cinq cent trente » à « cinq mille trois cents » (5 300).</p> <p>Voir l'activité 4.</p>
<p>5. Calculer des produits du type <math>30 \times 4</math>, <math>400 \times 8</math>, <math>20 \times 30</math> et les quotients correspondants.</p>	<p>Il s'agit d'étendre la connaissance de la table de multiplication au calcul de produits et de quotients sur des dizaines ou des centaines entières.</p>
<p>6. Connaître et utiliser les relations entre des nombres « repères » : 100, 1000 et 60 et leurs diviseurs.</p>	<p>Ces relations sont liées à l'utilisation des expressions « moitié », « double », « quart », « quadruple », « tiers », « triple ». L'objectif est que les élèves aient mémorisé le fait que 25 est le quart de 100, la moitié de 50, le tiers de 75...</p> <p>Voir l'activité 1.</p>
<p>7. Multiplier et diviser par 10, 100... dans l'ensemble des nombres décimaux.</p>	<p>Cette compétence se situe à la frontière entre calcul automatisé et calcul réfléchi, dans la mesure où il est important de profiter de ce travail pour faire prendre conscience aux élèves que multiplier 3,5 par 100 revient à transformer les unités en centaines, les dixièmes en dizaines, les centièmes en unités : la réponse 350 n'est pas seulement le résultat de l'application d'une règle, mais doit être liée à une compréhension qui enrichit la connaissance des écritures à virgule.</p>

<p>8. Connaître les relations entre certains nombres décimaux, comme 0,25 ; 0,5 ; 0,75 et 1 ou 2,5 ; 5 ; 7,5 et 10.</p>	<p>Cette connaissance est à relier à celle évoquée ci-dessus sur les relations entre diviseurs de 100 ou de 1000.</p>
---	---

### Des activités à mettre en œuvre.

Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

☞ 1. Proposer des calculs faisant appel aux formulations suivantes : double, moitié, quadruple, quart, triple, tiers, double du double, moitié de la moitié.

Par exemple :

Calculer le triple de 21 ;

Calculer le quart de 64 ;

Calculer le double du double de 120.

☞ 2. Décompositions multiplicatives

- Écrire sous la forme d'un produit :

30    48    24    12

- Trouver des décompositions multiplicatives d'un nombre égal à une puissance de 2 :

32            64            128

☞ 3. Calcul de suites géométriques : multiplier le nombre 3 par 10, puis le résultat par 10 et ainsi de suite...

☞ 4. Multiplier par 10 un nombre de deux ou trois chiffres

27 x 10    10 x 56            321 x 10    10 x 900

À quoi est égal 60 dizaines ? 245 dizaines ? 602 dizaines ?

### Calcul réfléchi

Comme pour le domaine additif, la frontière entre calcul automatisé et calcul réfléchi n'est pas toujours facile à préciser. A un même moment, elle peut varier d'un élève à l'autre et, surtout, elle se modifie au cours du cycle. Ainsi, certains

calculs placés dans la rubrique précédente sont d'abord traités par les élèves à l'aide d'un raisonnement avant d'être automatisés. Il ne faut pas oublier que l'automatisation est le résultat d'un travail qui allie compréhension, raisonnement, explications et entraînement, ce dernier n'étant pas le seul élément de la mise en mémoire de résultats ou de procédures.

Il faut souligner trois points importants :

- la liste des calculs qui relèvent du calcul réfléchi ne peut pas être exhaustive et celle qui est donnée ici peut donc être adaptée par les enseignants ;
- les procédures pour traiter un même calcul sont diverses et les élèves doivent pouvoir choisir celle qui, de leur point de vue, est la mieux adaptée : elle dépend de leurs connaissances disponibles sur les nombres et les opérations en jeu.
- l'explicitation des procédures et le débat organisé autour de leur validité favorisent les progrès des élèves.

C'est dans le calcul multiplicatif (multiplication, division) que le calcul approché revêt le plus d'importance. Mais c'est là aussi qu'il présente les plus grandes difficultés... et offre les meilleures occasions de discussion, selon que l'on privilégie la rapidité ou la précision (voir exemple dans le tableau ci-dessous).

<p>1. <i>Calculer les doubles, moitiés des nombres entiers inférieurs à 100 (résultats entiers) ou de nombres plus grands, lorsque le calcul reste simple.</i></p>	<p>L'appui sur les doubles et les moitiés ainsi que sur les doubles des doubles (quadruples) ou les moitiés des moitiés (quarts) constitue un point d'appui intéressant. Les élèves doivent être capables, par exemple de trouver la moitié de 240, de 360 ou de 900 et de déterminer le quart de 120 ou de 600. A la fin du cycle 3, cette compétence est étendue au calcul des moitiés de nombres impairs (la moitié de 19 est 9,5, celle de 73 est 36,5...) et à celui des doubles nombres comme 7,5 ; 45,5...</p>
<p>2. <i>Calculer les quadruples et quarts des nombres entiers inférieurs à 100 (résultats entiers) ou de nombres plus grands, lorsque le calcul reste simple.</i></p>	<p>Voir les activités 1 à 3, 11 et 12.</p>
<p>3. <i>Multiplier et diviser par 5, par 20, par 50.</i></p>	<p>Pour certains de ces calculs, il peut être intéressant de considérer par exemple 5 comme la moitié de 10 ou 50 comme la moitié de 100, sans pour autant imposer des règles</p>

	<p>systematiques de calcul.</p> <p>Voir les activités 4 à 10.</p>
<p>4. Multiplier un nombre par des nombres comme 11, 12, 9, 19, 21, 15, 25...</p>	<p>Il est impossible de donner une liste exhaustive des calculs qui peuvent être proposés. Dans tous les cas, on insistera sur la variété des procédures qui peuvent être utilisées et qui, généralement, s'appuient sur une décomposition des nombres. Ainsi, <math>15 \times 16</math> peut être calculé :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- en ajoutant les résultats de <math>15 \times 10</math> et de <math>15 \times 6</math> ;</li> <li>- en ajoutant les résultats de <math>10 \times 16</math> et de <math>5 \times 16</math> ;</li> <li>- en calculant <math>15 \times 4</math>, puis en multipliant le résultat par 4 ;</li> <li>- en multipliant 16 par 30 et en divisant le résultat par 2...</li> </ul>
<p>5. Décomposer un nombre sous forme de produits de deux ou plusieurs facteurs.</p>	<p>Il s'agit ici de dépasser les seules décompositions liées à la connaissance des tables. Par exemple, 64, c'est <math>8 \times 8</math>, mais aussi <math>32 \times 2</math> ou <math>16 \times 4</math>..., 72, c'est <math>9 \times 8</math>, mais aussi <math>24 \times 3</math>... Cette compétence sera très utile aux élèves lorsqu'ils auront, au collège, à simplifier des fractions ou chercher des factorisations.</p>
<p>6. Calculer mentalement un quotient et un reste entiers dans des cas simples de division d'un nombre entier par un nombre entier.</p>	<p>Les élèves doivent, par exemple, être capables d'effectuer mentalement la division de 230 par 7, en décomposant 230 en <math>210 + 20</math> ou en <math>140 + 70 + 14 + 6</math>.</p> <p>Voir les activités 13 à 22.</p>
<p>7. Evaluer l'ordre de grandeur d'un produit ou d'un quotient (sur les nombres entiers)</p>	<p>Si on souhaite une valeur approchée du résultat de <math>123 \times 12</math>, on peut se limiter au calcul de <math>100 \times 10</math> qui fournit un ordre de grandeur acceptable (et obtenu rapidement) ou calculer <math>120 \times 12</math> si on cherche une meilleure approximation. Le calcul de <math>100 \times 15</math> aurait pu concilier les deux impératifs. Le</p>

<p>par un calcul approché.</p>	<p>travail porte aussi bien sur des tâches où il faut chercher une valeur approchée du résultat que sur des tâches, plus simples, où il faut choisir parmi plusieurs estimations.</p> <p>Exemple pour la multiplication : Parmi les nombres suivants, quel est le plus proche de <math>725 \times 37</math> ? 2 680, 27 000, 16 000, 200 000.</p> <p>Exemple pour la division : parmi les nombres suivants, quel est le plus proche du quotient entier de 6 052 divisé par 17 ? 36, 98, 356.</p>
<p>8. Utiliser la connaissance des tables pour calculer des produits simples d'un nombre décimal par un nombre entier.</p>	<p>On se limite, au cycle 3, à des questions du type : <math>0,8 \times 7</math> ; <math>0,6 \times 5</math>... ou du type <math>1,2 \times 3</math> et <math>1,2 \times 6</math> en mettant en évidence les connaissances sur les écritures à virgule nécessaires pour traiter ce type de calculs : <math>1,2 \times 6</math>, c'est 6 unités et 12 dixièmes ; or 10 dixièmes, c'est 1 unité ; le résultat est donc 7 unités et 2 dixièmes (7,2).</p>

### Des activités à mettre en œuvre.

Les activités proposées ne sont qu'indicatives : elles doivent être adaptées au contexte de la classe. De plus, elles peuvent être répétées plusieurs fois au cours de l'année, en modifiant les nombres en jeu.

#### ☞ 1. Compter, décompter.

- Compter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2 ;
- Décompter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2.

#### ☞ 2. Jeu du télégramme.

Les élèves sont regroupés par équipe (de 4 à 6 élèves). Ils disposent d'une feuille pré-pliée sur laquelle est inscrit un nombre : par exemple 3248. Le premier élève écrit autrement ce nombre (par exemple  $3000 + 248$ ) et cache (en repliant la feuille), l'écriture précédente. L'élève suivant écrit autrement  $3000+248$  (par exemple  $3 \times 1000 + 248$ ) et cache la précédente écriture. Chaque élève ne peut voir que la dernière écriture produite. Quand la feuille est remplie, on la déplie et compare les écritures produites. L'équipe gagnante est l'équipe qui a le plus d'écritures différentes. On peut aussi créditer les écritures d'un score selon la nature et le nombre de signes opératoires : pour une écriture

exacte : un signe + rapporte 1 point, un signe - rapporte 2 points, un signe  $\times$  3 points, etc. Une erreur pénalise l'équipe de 1 point.

### ☞ 3. Produits égaux

- Déterminer différentes écritures d'un même nombre sous la forme d'un produit de 2 facteurs.
- Déterminer si plusieurs écritures multiplicatives sont égales sans les calculer explicitement (exemple :  $8 \times 36$  et  $12 \times 24$ ).
- Utiliser la décomposition d'un nombre en produits de facteurs pour calculer mentalement des produits (ex :  $18 \times 36 = 2 \times 9 \times 9 \times 4 = 81 \times 8 = 648$ ).

### ☞ 4. Multiplier par 5, diviser par 5 :

$5 \times 200$     $5 \times 263$     $70 : 5$     $255 : 5$     $400 : 5$

### ☞ 5. Multiplier, diviser par 5, 50, 500.

- Multiplier par 5, 50, 500 :    $3 \times 50$     $18 \times 500$     $5 \times 50$
- Diviser par 50 :    $500 : 50$     $2000 : 50$
- Quel est le quotient entier (et le reste) de : 165 par 50   2640 par 50 ?

### ☞ 6. Multiplier et diviser par 25

- Multiplier par 25, 250, 2500 :  
 $4 \times 25$     $8 \times 250$     $5 \times 2500$     $25 \times 32$
- Quotient exact par 25 :  $100 : 25$  ;  $300 : 25$  ;  $500 : 25$  ;  $1200 : 25$
- Quotient entier par 25 : 165   780   1355

### ☞ 7. Jeu de la chaîne

À partir d'un nombre de départ, on applique des transformations successives (+,  $\times$ ), il faut trouver le résultat final.

### ☞ 8. Le nombre pensé

L'inconnue peut être le nombre de départ ou le nombre d'arrivée. Exemple :  
« je pense à un nombre je lui enlève 76 et je trouve 47 ; à quel nombre ai-je pensé ? »

### ☞ 9. La règle pensée.

Si l'inconnue est la règle, le jeu devient celui de la règle pensée: on donne 2 ou plusieurs couples de nombres ; il faut trouver la règle sous-jacente. La règle peut être ajouter n, enlever n, multiplier ou diviser par n, ou une combinaison de deux de ces règles. Exemple :  $x \rightarrow 3x + 5$  ou  $x \rightarrow 2x - 1$ .

### ☞ 10. Le compte est bon ; cas particulier : objectif zéro

Il s'agit d'atteindre (ou de se rapprocher le plus possible) d'un nombre ci-

ble à partir de quatre nombres donnés en les combinant avec les 4 opérations.

☞ 11. La conjecture de Syracuse

On part d'un nombre  $n$  ; s'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. On arrive toujours à 1.

Exemple : 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

☞ 12. Vrai ou faux ?

Avec la moitié, le double, le tiers, le quart. Exemple la moitié de 700 est 350, vrai ou faux ?

Petits problèmes

☞ 13. *Problème 1* : Pour réaliser un pull, Léa achète 18 pelotes de laine à 4€ la pelote. Calcule le montant de la dépense.

☞ 14. *Problème 2* : Une famille de 3 personnes séjourne pendant 6 jours à la résidence « des 3 îles » ; le tarif journalier de la pension est de 200F par personne. Calcule le montant de la dépense.

☞ 15. *Problème 3* : Un quadrillage rectangulaire comporte 34 carreaux sur la longueur et 20 carreaux sur la largeur. Combien ce quadrillage a-t-il de carreaux ?

☞ 16. *Problème 4* : On doit répartir 50 pommes dans des corbeilles de 8 pommes chacune. Combien peut-on remplir de corbeilles ? Combien reste-t-il de pommes ?

☞ 17. *Problème 5* : Dans une boîte, on dispose 5 morceaux de sucre sur la longueur, 3 morceaux sur la largeur et 4 morceaux sur la hauteur. Combien de morceaux de sucre y a-t-il dans la boîte ?

☞ 18. *Problème 6* : Avec ses bottes de sept lieux, le petit Poucet se déplace de ville en ville ; il fait des pas de 8 km. S'il parcourt 50 km, combien de pas va-t-il faire ?

☞ 19. *Problème 7* : On répartit 126 oeufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes peut-on remplir ?

☞ 20. *Problème 8* : Pour Noël, Jean, qui dispose de 450€, a décidé d'offrir le même cadeau à ses 4 amis ; il paye 208€. Quel est le prix d'un cadeau ?

☞ 21. *Problème 9* : Une famille de 3 personnes part à la montagne pendant 6 jours ; le tarif journalier de la pension est de 50€ par personne. Quel est le montant de la dépense ?

☞ 22. *Problème 10* : Un quadrillage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout ; il y a 4 carreaux sur la largeur. Combien y a-t-il de carreaux sur la longueur ?

## Bibliographie

1. Document d'accompagnement des programmes de l'école primaire.  
Le calcul mental.  
Cycle des apprentissages fondamentaux. Cycle des approfondissements.
2. Regards sur le calcul mental.  
F. Boule Grand N n° 58 IREM de Grenoble
3. Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté : le calcul mental,  
entre sens et technique.  
D. Butlen M. Charles-Pézard Grand N n° 79 IREM de Grenoble
4. Calcul mental, calcul rapide.  
D. Butlen M. Charles-Pézard Grand N n° 47 IREM de Grenoble
5. Etapes du calcul mental.  
F. Boule Grand N n° 62 IREM de Grenoble